

Sulla legittimità dell'uso di principi teleologici nella scienza della natura in Descartes e Leibniz

Djalma Medeiros (Faculdade de São Bento – FSB de São Paulo)¹

Articolo sottoposto a *double blind peer review*.

Ricevuto: 07/02/2018 – Accettato: 27/03/2018 – Pubblicato: giugno 2018

Title: On the legitimacy of the use of teleological principles in the science of nature of Descartes and Leibniz

Abstract: According to Descartes, final causes have no place in physical theory, for in addition to being useless to seek them, teleological explanations can be a hindrance to scientific inquiry. For Leibniz, the demonstration by Fermat of the laws of reflection and refraction from the principle of minimum time is an indicative of order and finality in nature. The metaphysical postulate of a variational principle intrinsic to nature then becomes the correlate to the final cause, whose use facilitates the discovery of physical laws. The emergence, from Leibniz's works, of an analytical mechanics based on the principle of minimal action raises new controversies regarding its teleological character. For even in the context of a deistic worldview, it would be left to show that divine wisdom would be compatible only with the simplicity of action and its minimal expenditure. Moreover, although in contemporary physics, both quantum and relativistic, there is a consensus about the validity and usefulness of the use of the variational principle in demonstrating the phenomena of nature and in obtaining its laws, its status – whether teleological or simply heuristic - remains an unresolved question. Some admit that nature possesses an immanent tendency to simplicity, others that "simplicity" only means that in the description of nature we must avoid complications.

Keywords: Descartes; Leibniz; Final Causes; Variational Principles; Analytical Mechanics.

Giornale critico di storia delle idee , no. 1, 2018







¹ Una prima versione di questo testo è stata presentata nell'ambito del convegno "Gli studi cartesiani in Brasile – Les études cartésiennes au Brésil" (13-14 aprile 2017), tenutosi presso il "Centro Interdipartimentale di Studi su Descartes e il Seicento" dell'Università del Salento e organizzato dalla prof.ssa Giulia Belgioioso e dal prof. Igor Agostini.



1. Introduzione

Secondo la fisica cartesiana, delle quattro cause della tradizione aristotelica – formale, materiale, efficiente e finale – possiamo servirci solamente della causalità efficiente responsabile della figura e del movimento dei corpi; nelle spiegazioni dei fenomeni naturali, le uniche cause ad essere utilizzate saranno quindi quelle efficienti. Le cause formali sono rigettate perché, se si presupponessero qualità ipoteticamente insite nei corpi e tali da poter provocare delle azioni, si finirebbe per prendere in considerazione elementi estranei all'estensione, provocando una confusione fra pensiero ed estensione e impedendo, in tal modo, di «conoscere la natura della mente e la sua distinzione dal corpo» (AT, VIII-1, 7; B Op I, 1717). E opportuno dunque non presupporre nei corpi alcuna forma sostanziale. Anche le cause materiali, assunte come logicamente anteriori alla sostanza corporea, devono essere rigettate perché non dobbiamo «distinguere la sostanza [corporea] dall'estensione o dalla quantità» (AT, VIII-1, 45; B Op I, 1781). Poiché la stessa estensione che costituisce il corpo costituisce anche lo spazio, la differenza fra i due consiste nell'attribuire al primo «un'estensione particolare, che noi concepiamo cambiare di posto con esso ogni qual volta che esso è spostato» (AT, IX-2, 68; B Op I, 1780, nota b). A loro volta, le cause finali sono rigettate perché non possiamo «indagare i fini di Dio» (AT, VII, 55; B Op I, 755), non avendo alcun accesso alle intenzioni divine.

In generale, si ritiene che dopo Descartes le cause finali spariscano completamente dalla teoria fisica: oltre ad essere inutili, infatti, le spiegazioni teleologiche potrebbero addirittura rappresentare un ostacolo per un'efficace indagine scientifica. L'obiettivo di questo intervento è mostrare come un simile giudizio sia lontano dal cogliere nel segno. In effetti, sia la scoperta di Fermat delle leggi dell'ottica a partire dal principio del tempo minimo – il cui carattere fu considerato dai cartesiani portatore di un'impronta morale –, sia il suggerimento leibniziano di una formulazione della meccanica appoggiata in un principio variazionale non dissimile, sembrano segnalare una ripresa delle cause finali. Ciò suscitò nuove controversie connesse tanto alla legittimità dell'utilizzo dei principi variazionali nell'ambito delle leggi fisiche, quanto allo statuto proprio di tali principi, per stabilire se essi possiedano un fondamento teleologico o se svolgano, al contrario, una funzione meramente euristica.

2. Causa finale, provvidenza e rivelazione divina

Nell'ultima metà del XVII secolo, la fisica cartesiana ottiene un lento ma costante riconoscimento. Per la prima volta, le correnti che produssero la rivoluzione nella scienza hanno successo producendo una fisica meticolosamente sistematizzata che è, in ogni sua porzione, e al pari del sistema aristotelico che si stava erodendo, ampia e completa nelle sue prospettive. Alcuni sono attratti dal cartesianismo a causa del suo meccanicismo, che destava grandi speranze









all'epoca, mentre altri sono più interessati al valore della metafisica di Descartes, che fornisce la pre-comprensione per avvicinarsi alle analisi cartesiane sul mondo fisico. Ad ogni modo, non vi è dubbio che la fisica cartesiana rappresenta un sapere metodico che nessuno studioso di filosofia naturale può permettersi di ignorare. Descartes delinea una fisica riduzionista in cui tutto viene spiegato attraverso l'estensione e il movimento; tuttavia, la sua meccanica risulta debole in un punto essenziale, vale a dire nella spiegazione della trasmissione del movimento, visto che alcune delle regole relative all'urto dei corpi non sembrano compatibili con l'esperienza.

Di fatto, se vi è un problema che un fisico sperimentale dell'epoca ha la possibilità reale di isolare e studiare, approssimandosi alle condizioni ideali suggerite da Descartes, questo è proprio il problema dell'urto dei corpi. Il fatto che vi sia una specifica proposta teorica per tale questione, che vincola la soluzione in esame ad un modello di comprensione dell'universo, consegna a colui che sperimenta un'opportunità insperata per attribuire alle sue osservazioni una portata straordinaria: i dati che ottiene con i suoi modesti strumenti devono essere ora presi in esame anche da coloro che discutono dell'essenza della materia o dell'onnipotenza e immutabilità divine. Non è allora un caso se, nel corso del XVII secolo, molti studiosi abbandonino un approccio meramente speculativo dei problemi in questione per dedicarsi allo studio del comportamento delle sfere di legno sospese su fili di rame e alle loro oscillazioni. In realtà, non è che abbiano abbassato repentinamente e drasticamente le loro aspirazioni teoriche; più semplicemente, attribuiscono ora «ai pesi e alle molle la fiducia che prima riponevano in sillogismi e distinzioni»². Così, man mano che il XVII secolo si avvicina alla propria fine, gli attacchi alla fisica di Descartes, fino ad allora solo incipienti, crescono in intensità. Quasi tutti gli studiosi di meccanica concordano sulla necessità di riformulare sia le regole di Descartes relative all'urto dei corpi, sia la modalità con cui misurarne la forza.

Secondo Leibniz, la radice del problema risiede nella volontà cartesiana di considerare l'essenza del corpo come pura estensione. La sua scoperta della legge della conservazione della forza viva – mv^2 (m, massa; v, velocità) – e la sua analisi della natura del movimento lo inducono ad introdurre una forza insita nei corpi di carattere non geometrico. Inoltre, l'utilizzo della legge di continuità gli consente di correggere alcune leggi cartesiane del movimento e le stesse regole dell'urto fra i corpi. Le conseguenze che ne derivano vanno comunque ben al di là delle corrette leggi della meccanica così ottenute. L'aspetto più importante, infatti, ha a che vedere con il riconoscimento di un ordine e di una finalità nella natura. Descartes, tuttavia, come abbiamo sottolineato in precedenza, concependo le sue leggi della natura aveva bandito dalla propria fisica, almeno in un contesto descrittivo e predittivo, le cause finali: «non desumeremo mai spiegazione alcuna delle cose naturali dal fine che Dio o la natura

² J. A. Cañedo-Argüelles – M. R. Donís (eds.), *Escritos de dinámica*, Tecnos, Madrid 1991, p. XIX.

si sarebbero proposti nel produrle» (AT, VIII-1, 15; B Op I, 1731); «E rigetteremo completamente via dalla nostra filosofia la ricerca delle cause finali» (AT, IX-2, 37; B Op I, 1730, nota d). Per il filosofo francese, ciò che conta riguarda solo la causalità efficiente con cui Dio ha prodotto ogni cosa. Secondo Leibniz, però, sebbene Descartes tenti di giustificare la sua volontà di non indagare la causa finale facendo leva su considerazioni legate ad una supposta umiltà – «Non dobbiamo infatti arrogarci di poter aver parte ai disegni di Dio» (AT, VIII-1, 15; B Op I, 1731) –, l'atteggiamento del filosofo francese, in verità, si avvicina all'empietà, giacché disprezzare una simile indagine significa «esporsi al pericolo e al sospetto»³.

La decisione di eliminare dalla natura la causa finale, infatti, è incompatibile con il riconoscimento della provvidenza divina. Considerare solo le cause efficienti può portare così a varie conseguenze nefaste in ambito religioso, «come se Dio non si proponesse alcun fine nel suo agire, o come se il bene non fosse l'oggetto della sua volontà»⁴. Dunque, anche coloro che, senza negare propriamente la causalità finale, non la considerano nelle loro indagini fisiche, sostenendo che Dio non intende rivelare i suoi fini, incorrono in un errore, e proprio perché tale posizione, portata fino all'estremo, conduce alla negazione della Rivelazione divina. Dio è infatti il Supremo Artefice del mondo e «si può scoprire l'artefice a partire dalla considerazione delle opere»⁵. Il riconoscimento della causa finale, tuttavia, non implica certo l'abbandono della causa efficiente, poiché l'abilità di un artefice è riconosciuta ed esaltata «non solo mostrando i fini cui mirava producendo le componenti della sua macchina, ma anche spiegando gli strumenti di cui si è servito per comporre ogni singolo pezzo»⁶. Insomma, nella spiegazione della macchina del mondo si deve cercare la conciliazione delle due vie, servendosi tanto della cause finale quanto di quella efficiente. La prima si interessa ai fini che fanno di questo mondo il migliore dei mondi possibili, dotato, al massimo grado, di varietà ed ordine, mentre la seconda è connessa alle leggi della meccanica.

Ad ogni modo, sebbene i due regni – quello della causalità finale e quello della causalità efficiente – siano armonici, vi è una relazione di precedenza del teleologico sul meccanico, perché è nella causa finale che si trova il principio di tutte le cose e delle leggi del movimento della natura⁷. La nozione di causa finale nella natura è quindi una conseguenza di un universo pensato in termini di progetto, e ammetterla significa riconoscere i disegni di Dio non solo «nel dettaglio della struttura meccanica di alcuni corpi particolari»⁸ – come fanno quasi tutti in





³ G. W. Leibniz, *Die philosophischen Schriften*, ed. C. I. Gerhardt, 7 vols., Weidmann, Berlin 1875-1890, vol. IV, p. 360. D'ora in poi: GP, seguito dal numero del volume e della pagina.

⁴ GP, IV, p. 445.

⁵ GP, IV, p. 428.

⁶ GP, IV, p. 447.

⁷ Cfr. GP, IV, pp. 434-435 e pp. 444-445.

⁸ GP, IV, p. 446.



relazione ai corpi organici degli animali⁹ –, ma anche nell'economia generale del mondo e nella costituzione delle leggi di natura; queste stesse leggi, infatti, sono state dettate da Dio in modo che «la considerazione della causa finale non risulti solo benefica per la virtù e la pietà nell'Etica e nella Teologia naturale, ma anche nella stessa Fisica, per scoprire e per manifestare verità occulte»¹⁰.

3. Meccanica vettoriale e meccanica analitica

A partire dalla metà del XVII secolo, la scienza della meccanica si sviluppa lungo due linee principali, originate da Newton e Leibniz. Il ramo legato alle leggi del movimento di Newton ha per obiettivo quello di riconoscere tutte le forze impresse o cause efficienti che agiscono su un data particella, il movimento essendo unicamente determinato dalle forze che agiscono in essa in ogni istante. L'analisi e sintesi delle forze impresse e la misurazione della quantità del movimento costituiscono la preoccupazione principale di questa meccanica vettoriale, così chiamata perché le grandezze sono trattate vettorialmente, cioè secondo le sue tre componenti lungo gli assi x, y, e z.

Se nella meccanica vettoriale l'attività di una forza impressa è misura della variazione della quantità del movimento in relazione al tempo, prodotta da quella stessa forza, nel ramo della meccanica generato dalle indagini di Leibniz si ritiene che la forza viva, chiamata in seguito energia cinetica, sia la misura appropriata dell'attività istantanea prodotta da una causa. Detto altrimenti, si ritiene che il lavoro meccanico sia il computo adeguato dell'effetto prodotto da uno sforzo nell'arco di un dato percorso. In questa versione della meccanica di ispirazione leibniziana, usualmente chiamata meccanica analitica, anziché la "quantità di movimento" di Newton, si ottiene "energia cinetica"; e invece della newtoniana "forza impressa", si ottiene "lavoro meccanico". L'aggettivo "analitico" viene dal termine matematico "analisi", che si riferisce all'applicazione dei principi del calcolo differenziale e integrale ai problemi meccanici. In questa prospettiva, la particella non è più considerata un'unità isolata, ma parte di un sistema meccanico. Una particella isolata non possiede alcun significato; è il sistema assunto come un tutto a contare. Di fatto, le equazioni del movimento di un sistema complesso formano un grande numero di equazioni differenziali separate. Tuttavia, vi è un principio dietro tutte queste equazioni che esprime il significato di un intero congiunto, e che implicitamente le include tutte, costituendosi, così, come la base unificante da cui partire per ottenere le equazioni. Stiamo parlando del principio variazionale. Esso assume la forma matematica della minimizzazione di una certa quantità. Nella meccanica analitica, posta la grandezza fondamentale – "azione" –, il principio ci dice che essa deve essere minima, o, più, precisamente, stazionaria, il che conduce all'insieme completo delle equazioni del movimento.



⁹ Cfr. GP, IV, pp. 444-446.

¹⁰ GP, IV, p. 506.



Il concetto di "azione" è sorto a partire dalle controversie sulla forza viva. L'applicazione del principio di equipollenza tra la causa totale e l'effetto intero aveva condotto Leibniz a scoprire la forza viva e il suo valore (mv^2) . Nel frattempo, i cartesiani avevano notato che Leibniz, nella sua considerazione della forza viva, non aveva considerato il tempo, poiché essa era stata ottenuta solamente a partire dalla composizione della grandezza dello sforzo e della longitudine del cammino percorso. Leibniz elabora inoltre la nozione dell'altra quantità assoluta, chiamata "azione", in cui incorpora il tempo: «l'azione è l'esercizio della forza o la forza condotta nel tempo»¹¹. Queste due grandezze fisiche – forza viva e azione – diventeranno i pilastri della meccanica analitica. Qual è allora la loro differenza? La forza viva si esercita nell'istante, è tutto ciò che è nel momento, ed è distinta dal concetto di azione che necessita del tempo per svilupparsi; la forza viva, cioè, differisce dall'azione tanto quanto l'istantaneo si distingue dal successivo, poiché la forza è presente fin dal primo istante, mentre l'azione richiede il trascorrere del tempo. È per questa ragione che l'azione può essere definita come «il prodotto delle forze per il tempo, e si percepisce in ogni parte del corpo. L'azione <a>, infatti, è il prodotto del corpo <massa, m>, del tempo <t> e della forza cproporzionale a v^2 > o potenza» 12. Algebricamente, $a=mv^2t$. L'azione è, insomma, la grandezza che esprime il prodotto della forza viva implicata in tutta la durata del movimento. Furono comunque Maupertuis, Euler, Lagrange e Hamilton, seguendo i passi di Leibniz, a stabilire rigorosamente il principio variazionale relativo all'azione, che divenne conosciuto anche come il principio dell'azione minima della meccanica.

4. Principio minimo e casualità finale

La concezione di un "principio minimo" fu esplicitata per la prima volta da Aristotele nel *De Caelo*. È anche grazie allo Stagirita che una formulazione più precisa dell'ipotesi della semplicità è attestata. Tutto il movimento locale, secondo Aristotele, «è o rettilineo, o circolare, oppure risultante dalla composizione dei primi due. Questi due tipi di movimento sono, infatti, gli unici semplici, e il motivo di ciò consiste nel fatto che soltanto queste grandezze, la linea retta e la circonferenza, sono delle grandezze semplici»¹³. Dato che la locomozione rotatoria è prioritaria rispetto a quella rettilinea, poiché è più semplice e completa, «deve esistere un corpo semplice che in virtù della sua stessa natura ha la proprietà di muoversi di moto circolare»¹⁴. Da ciò egli deduce che i corpi celesti si muovano in circoli. Aristotele menzione inoltre, come spiegazione della circo-

¹¹ G. W. Leibniz, *Mathematische Schriften*, ed. C. I. Gerhardt, 7 vols., H. W. Schmidt, Berlin 1848-1863, vol. VI, p. 222. D'ora in poi: GM, seguito dal numero del volume e della pagina ¹² GP, IV, p. 396.

¹³ Aristotele, *Il cielo*, a c. di A. Jori, Bompiani, Milano 2002, 268b 17-20, p. 125.

¹⁴ Ivi, 269a 5-7, p. 127.



larità del movimento planetario, il fatto che, poiché in ogni specie di movimento quello «più veloce è quello più breve, è evidente che il movimento del cielo è il più veloce di tutti. Ma di tutte le linee che partono da un punto e vi fanno ritorno, la circonferenza è la più breve. Ora, il movimento più veloce è quello che si svolge lungo la linea più breve»¹⁵.

Va ricordato che questo principio minimo occupa soltanto una posizione subordinata nei testi aristotelici: non fu dettato da un appello alla mediazione quantitativa e non fu neppure soggetto ad un rigoroso controllo. E soltanto nell'ottica che incontriamo, per la prima volta, il principio minimo applicato con rigore geometrico a problemi di fisica. Nella Catoptrica di Erone di Alessandria, si dimostra che il dato empirico dell'uguaglianza tra gli angoli di incidenza e la riflessione può essere dedotto dal principio secondo cui il raggio della luce percorre il minor cammino fra due punti. Benché Erone, a differenza di Aristotele, abbia dimostrato geometricamente come il suo principio si trovi in accordo con l'esperienza, egli si limita a considerarlo come una semplice "prova" per i suoi dati. La sua impostazione è, pertanto, simile a quella di Aristotele, poiché deduce i suoi risultati da supposizioni preconcette; inoltre, una certa somiglianza fra i due punti di vista può essere percepita fra la nozione aristotelica di semplicità e la condizione minima di Erone. Ad ogni modo, nonostante tali successi, è solamente nel XVII secolo che l'attenzione degli studiosi della natura si dirige nuovamente sui principi minimi o di economia, come possono essere anche chiamati.

Ne Il Mondo (AT, XI, 20; B Op II, 235-237) e nei Principi della filosofia (AT, VIII-1, 58-59; B Op I, 1801-1803), Descartes afferma che il movimento in un plenum tende al circolo. Come è stato sottolineato da de Buzon e Carraud, questa tendenza delle parti della materia a seguire una figura più prossima possibile a quella del cerchio non è qui giustificata, «ma deve essere associata parzialmente al principio di economia menzionato in una lettera a Clerselier»¹⁶. Descartes osserva che nell'impatto di due corpi con modi di movimento incompatibili vi sarà in essi un cambiamento per renderli compatibili, «ma questo cambiamento è sempre il minore possibile» (AT, IV, 185; B Op, n. 487, 1981). Nel frattempo, è con Fermat che l'applicazione dei principi minimi alla Fisica assume un carattere predittivo più incisivo. Egli formula il seguente principio: il cammino intrapreso da un raggio di luce fra due punti è quello che può essere percorso nel minor tempo¹⁷. La novità apportata da Fermat risiede nel fatto che il suo principio del tempo minimo, a differenza del principio di Erone, non era solo legato a ciò che era stato osservato fino ad allora nella catoptrica e nella diottrica. In effetti, oltre a poter dedurre dal suo principio le leggi della riflessione e della rifrazione già conosciute, Fermat era riuscito ad inferire che l'indice refrattivo, che misura la deviazione cui va incontro un raggio di luce passando da un mezzo differente rispetto a quello



¹⁵ Ivi, 287a 24-29, p. 253.

 ¹⁶ F. de Buzon – V. Carraud, *Descartes et les "Principia" II: Corps et mouvement*, Puf, Paris 1994, p. 93.
 ¹⁷ Cfr. P. Tannery – C. Henry (éds.), *Œuvres de Fermat*, 4 vols., Gauthier-Villars, 1891-1912, vol. III, pp. 149-157. D'ora in poi: TH, seguito dal numero del volume e della pagina.



in cui si trovava, è uguale alla ragione delle velocità della luce nei due mezzi, una cosa che all'epoca era ancora sconosciuta. Fermat utilizza quindi questo risultato per sostenere la propria opinione, ovvero che la luce viaggi più lentamente in un mezzo più denso, difendendola contro la visione opposta da lui attribuita a Descartes. Tutto ciò sembra indicare che le leggi dell'ottica possano essere derivate, almeno in parte, da un raziocinio *a priori*, e non da un argomento induttivo. Fermat riconosce che la sua dimostrazione si appoggia su un unico postulato, ossia che «la natura opera attraverso mezzi e percorsi più facili e più praticabili. Poiché è così che crediamo che esso debba essere enunciato, e non come si fa di solito, dicendo che la natura opera sempre attraverso le linee più brevi»¹⁸.

Tuttavia, l'idea di ampliare le possibilità, e selezionarne una in funzione della minimizzazione di una certa quantità, sembra imprimere una finalità al flusso degli eventi naturali. Ciò potrebbe apparire in contraddizione con la descrizione meccanica dei fenomeni attraverso il solo mezzo delle cause efficienti. Sebbene la dimostrazione di Fermat sia matematicamente incontestabile, i cartesiani criticano fortemente le modalità con cui è stata ottenuta. Clerselier, per esempio, dichiara che il principio del tempo minimo «è morale e nient'affatto fisico; non lo è in alcun modo, e non può essere la causa di alcun effetto della natura»¹⁹, dato che la linea retta è l'unico determinante, ossia è l'unica cosa cui «la natura tenda in tutti i suoi movimenti»²⁰; per queste ragioni, affermare che il raggio della luce al confine tra due mezzi debba propagarsi in modo da attingere un certo punto nel minor tempo possibile è certamente «immaginario, e assolutamente non fondato nella fisica»²¹. Per Clerselier, il cambiamento di direzione del raggio luminoso fra i due mezzi si verifica perché, come aveva già notato Descartes, la stessa forza che aveva mosso il raggio fino ad allora, incontrando un assetto naturale per ricevere la sua azione in un nuovo mezzo differente dall'altro – un assetto che muta la sua stessa azione -, rende «la direzione del raggio conforme alla disposizione che esso possiede ora»²². Nondimeno, nella sua risposta Fermat cerca di riportare la discussione in ambito matematico, sostenendo di accontentarsi di un «problema di geometria, totalmente puro e in abstracto, con cui trovare la traiettoria di un oggetto in movimento che passa per due mezzi differenti e che mira ad arrestare il suo movimento il più velocemente possibile»²³. In ogni caso, in una lettera inviata ad un destinatario sconosciuto, Fermat accusa i cartesiani di aver completamente stravolto la sua dimostrazione²⁴.

Nel frattempo, altri filosofi si alleano con Fermat: è il caso di Leibniz che, pur mantenendo delle riserve su alcuni aspetti del principio del tempo minimo, ne riconosce comunque il valore. Per il filosofo tedesco, la maniera con cui





¹⁸ TH, III, p. 152.

¹⁹ TH, II, p. 465.

²⁰ Ivi, p. 466.

²¹ Ivi, p. 467.

²² Ibidem.

²³ Ivi, TH, II, p. 483.

²⁴ Cfr. ivi, p. 488.



Descartes aveva tentato di spiegare la legge di rifrazione «attraverso le <cause> efficienti o attraverso la composizione delle direzioni a imitazione della riflessione dei proiettili è estremamente forzata, e non molto intelligibile [...] Essa mostra chiaramente che si tratta di un ragionamento aggiunto in seguito e in qualche modo alla conclusione, e che egli non la trovò per questa via. Così che si debba credere che non avremmo ottenuto precocemente questa bella scoperta, senza il metodo delle <cause> finali»²⁵. Leibniz osserva che i fini divini non solo si possono conoscere, ma è molto promettente per le scienze indagarli, poiché, sebbene la via delle cause efficienti sia «la più profonda e in un certo modo la più immediata e a priori, è, in contropartita, abbastanza difficile, laddove ci si spinga fin nei dettagli [...] La via delle cause finali, però, è più facile e non cessa di servire frequentemente alla scoperta di verità importanti e utili»²⁶. La conferma viene dagli esempi della riflessione e della rifrazione della luce, per la cui comprensione la principale ipotesi afferma che «il raggio della luce in direzione di un punto da illuminare giunge attraverso il cammino più facile di tutti»²⁷. Questa ipotesi consente di ricondurre alla geometria pura tutte le leggi dei raggi luminosi corroborate dall'esperienza, in maniera che il calcolo sia impiegato su un unico principio, assunto secondo la causa finale. Di fatto, il raggio che esce da un certo punto A non decide come giungere nel modo più facile possibile al punto B, C o D; e non è neppure *guidato* da essi; «ma il Fondatore delle cose creò la luce in modo tale che dalla sua natura nascesse questo bel risultato»²⁸. Dunque, benché vi sia una finalità nella traiettoria della luce, non vi è una "decisione", poiché i suoi fini sono prodotti in virtù della sua natura propria, in quanto principio del movimento. «Per questo si ingannano molto, per non dire qualcosa di peggio, coloro che rigettano in Fisica le cause finali con Descartes, dal momento che, al di là dell'ammirazione della sapienza divina, essi non mostrano come trovare un così bel *principio*»²⁹.

Leibniz sottolinea che Snellius, il primo a scoprire le regole della rifrazione, ci avrebbe impiegato «molto di più per trovarle se avesse inizialmente voluto conoscere la formazione della luce»³⁰ attraverso la causa efficiente. Egli seguì all'apparenza gli antichi greci, e in particolare Erone di Alessandria, che avevano già usato il metodo della cause finali nella catoptrica, ammettendo che il raggio della luce segue il cammino più breve, per trovare l'eguaglianza tra gli angoli di incidenza e di riflessione. In seguito Fermat, e indipendentemente da Snellius, dimostrò la legge della rifrazione applicando alla propagazione della luce il suo principio del tempo minimo. Oltre all'uso della causa finale nell'ottica, Leibniz ne sottolinea l'importanza per stabilire le regole dell'urto fra i corpi, in cui è







²⁵ GP, VII, p. 274.

²⁶ GP, IV, pp. 447-448.

²⁷ L. Dutens (ed.), *Leibnitii opera omnia*, 6 vols., Tournes, Genève 1768, vol. III, p. 145.

²⁸ Ivi, p. 146.

²⁹ Ibidem.

³⁰ GP, IV, p. 448.



possibile anche percepire un disegno divino che, in virtù del decreto con cui conserva sempre la stessa forza e la stessa quantità di movimento nell'universo, garantendo che nulla accada per salti, rende possibile la formazione di un sistema organizzato come quello della macchina del mondo.

Tutti questi esempi mostrano che i «vari effetti della natura possono essere dimostrati in due modi, vale a dire: attraverso la considerazione della causa efficiente e, in modo indipendente, attraverso la causa finale, ricorrendo, ad esempio, al decreto di Dio per produrre sempre l'effetto per le vie più facili e determinate»³¹. Sebbene le leggi geometriche siano necessarie, esse non sono sufficienti, perché, al di là della determinazione geometrica, il cui contrario implica contraddizione, l'universo e le sue leggi sono anche rette dalla determinazione architettonica, il cui contrario implica imperfezione.

Supponiamo il caso che la natura fosse costretta in generale a costruire un triangolo e che con questo effetto solo la periferia o la somma dei lati fosse data e nient'altro: essa costruirebbe un triangolo equilatero. Si vede con questo esempio la differenza che sussiste tra le determinazioni Architettoniche e quelle Geometriche. Le determinazioni Geometriche comportano una necessità assoluta, il cui contrario implica contraddizione, mentre quelle Architettoniche comportano solo una necessità di scelta, il cui contrario implica imperfezione [...] Se la natura fosse bruta, per così dire, ossia puramente materiale o Geometrica, il caso summenzionato sarebbe impossibile, e a meno che vi fosse qualcosa più determinante della sola periferia, essa non produrrebbe il triangolo; ma poiché la natura è governata Architettonicamente, le semideterminazioni geometriche le sono sufficienti per portare a termine la propria opera; altrimenti, essa si sarebbe fermata molte volte. E ciò è particolarmente veritiero in rapporto alle leggi della natura, che non sarebbero ciò che sono se non supponendo ragioni architettoniche³².

Leibniz comprende che le due modalità di pensiero, teleologico e meccanico, non sono necessariamente in reciproco contrasto. Il suo punto chiave è l'armonia tra determinazioni architettoniche e determinazioni geometriche. La derivazione di Fermat delle leggi della riflessione e rifrazione dell'ottica geometrica, avendo alla base il "principio del cammino più rapido", o, in termini equivalenti, "il principio del tempo minimo", è una prova di tale armonia. Nonostante le obiezioni dei cartesiani, il postulato metafisico del "minimo" intrinseco alla natura diviene per Leibniz il correlato della causalità finale. Dunque, anziché nascondere quanto questo principio sia legato alla causa finale, «come venne obiettato alcune volte a M. Fermat, che lo impiegò nella Diottrica, io lo ritengo più bello e più importante per un uso più sublime di quello del meccanicismo»³³. Ad ogni modo, nella sua analisi del problema della riflessione e della rifrazione, Leibniz si distingue da Fermat sia perché, invece del tempo





³¹ Ivi, p. 447.

³² GP, VII, pp. 278-279.

³³ Ivi, p. 273.

minimo, considera il cammino più facile, che non deve essere confuso con il cammino più breve o con quello che richiede il minor tempo, sia per aver sottolineato – cosa che Fermat non aveva fatto – che tale principio è propriamente di natura teleologica. L'argomento leibniziano si appoggia sull'assunzione che, «in assenza del minimo, è necessario attenersi al più determinato, che può essere il più semplice, anche quando è quello massimo»³⁴, e ciò perché il massimo e il minimo comportano nella loro determinazione la riduzione di due valori uguali ad un unico. Leibniz vede questo principio fisico-matematico come il correlato del principio metafisico della massima determinazione o dell'ottimo, il quale, lungi dal doversi limitare ad un piano generale, deve invece addentrarsi nell'ambito particolare delle cose e dei fenomeni, più o meno come accade nel metodo delle differenze che consente la determinazione delle forme geometriche ottime. Così, ad esempio, se la natura dovesse costruire un triangolo di un dato perimetro, «essa costruirebbe un triangolo equilatero»³⁵. Inoltre, Leibniz mostra che questo principio dell'ottimo non si applica solamente alla geometria e all'ottica, ma anche ai fenomeni meccanici.

Leibniz fu davvero uno dei primi a studiare e a risolvere il problema della curva brachistocrona: «dati due punti, trovare la linea attraverso cui un corpo pesante possa arrivare ad un altro nel più breve tempo possibile»³⁶. La soluzione, ottenuta per mezzo del calcolo delle differenze, produce una linea che è quella della discesa più breve tra i due punti con la forma di una curva geometrica conosciuta come cicloide³⁷. Ciò che accade è che questa proprietà, appartenente all'ottimo globale, si verifica anche in ambito locale, poiché l'arco infinitesimale della curva tra due qualsiasi punti vicini è ugualmente il più corto, indicando così che tale omogeneità tra il globale e il locale corrisponde ad una metafisica dell'armonia: il mondo scelto da Dio per essere creato non è soltanto il migliore possibile nel suo insieme, ma anche in ognuna delle sue parti. Tutti questi esempi indicano che non si può fornire una dimostrazione interamente geometrica delle leggi del movimento; è necessario assumere anche dei fondamenti architettonici.

Quanto detto si lega alla seguente questione: qual è la relazione tra la "causalità finale" e i "principi minimi"? Nella storia delle fisica troviamo basicamente due posizioni metodologiche relative all'uso dei principi minimi. Se alcuni ammettono che la natura possiede una tendenza immanente alla semplicità, altri ritengono invece che "semplicità" significhi soltanto che, nel descrivere la natura, dobbiamo evitare complicazioni. Da qui le massime: "non si devono moltiplicare gli enti senza necessità", o "è inutile realizzare con un maggior numero di cose ciò che può essere realizzato con un numero minore". Insomma, il numero delle ipotesi non deve eccedere il minimo necessario per rendere ragione dei fatti.







³⁴ Ivi, p. 274.

³⁵ Ivi, p. 278.

³⁶ GP, IV, pp. 501-502.

³⁷ Cfr. GM, V, pp. 331-336.

5. Le differenti versioni dello statuto dei principi minimi dopo Leibniz

La concezione teleologica di Leibniz, tanto nell'ottica quanto nella meccanica, ebbe ripercussioni sullo sviluppo del metodo variazionale. In effetti, il principio minino così come è impiegato nella meccanica analitica possiede somiglianze con molte delle concezioni di Leibniz relative alla natura fisica, benché la sua esplicitazione non sia documentata nei suoi scritti pubblicati in vita. Fu nel 1744 che il principio dell'azione minima fu annunciato esplicitamente per la prima volta, in un lavoro letto da Maupertuis durante una riunione pubblica dell'Accademia Reale delle Scienze di Parigi. Egli critica il principio di Fermat – la luce segue la traiettoria non necessariamente più breve, ma quella in cui impiega il minor tempo – perché non vi sarebbe alcuna ragione, secondo lui, per supporre che la luce preferisca il tempo e non lo spazio. Nella propagazione della luce «il cammino che essa compie è quello in cui la quantità di azione è minore»³⁸. E aggiunge: «questa azione dipende dalla velocità che il corpo possiede e dallo spazio che percorre; ma essa non è né la velocità né lo spazio presi separatamente»³⁹. Dato che la velocità presuppone il tempo, non c'è preferenza di tempo e di spazio, perché entrambi sono considerati insieme. Due anni dopo, in una comunicazione letta di fronte all'Accademia Reale delle Scienze di Berlino, Maupertuis enuncia il cosiddetto principio generale nel modo seguente: «Quando si verifica qualche cambiamento nella natura, la quantità di azione, necessaria per tale movimento, è la minore possibile. La quantità di azione è il prodotto della massa del corpo <m> per la sua velocità $\langle v \rangle$ e per lo spazio che essa percorre $\langle s \rangle$ ⁴⁰.

Ciò che condusse a questa formulazione fu un ragionamento in parte di origine empirica e in parte influenzato da una vaga nozione del principio delle velocità virtuali e della forza viva leibniziana. Ciò sollevò la questione, indicata anche da Martial Gueroult⁴¹, della dipendenza di Maupertuis nei confronti di Leibniz. Alla fine, la formula *mvs* di Maupertuis può essere ottenuta dalla formula *mv²t* di Leibniz. Tuttavia, la definizione di Maupertuis ha qualcosa di oscuro, poiché la distanza percorsa da un corpo in movimento varia in funzione del tempo ed essa non specifica l'intervallo di tempo per il quale il prodotto *mvs* deve essere computato; in tal modo, in ognuno dei suoi esempi, Maupertuis attribuisce un significato differente all'azione, così da produrre il risultato desiderato. Nonostante tali difficoltà, egli mostra che l'azione minima si riduce nell'ottica al tempo minimo. «Ed è questa conseguenza che Fermat prese come principio»⁴². A sua volta, considerazioni di ordine metafisico conducono Maupertuis a negare qualunque principio generale che non sia teleologico: «ho scoperto il principio universale



³⁸ P. L. M. Maupertuis, Œuvres, 4 vols., Bruyset, Lyon 1768, vol. IV, p. 17.

³⁹ Ibidem.

⁴⁰ Ivi, p. 36.

⁴¹ Cfr. M. Gueroult, *Leibniz: dynamique et métaphysique*, Aubier-Montaigne, Paris 1967 (1€ed. 1934), pp. 215-235.

⁴² P. L. M. Maupertuis, Œuvres, cit., vol. IV, p. 20.

(

sul quale sono fondate tutte queste leggi [...], da cui dipendono i movimenti di tutte le sostanze corporee. È il principio che chiamo della minore quantità di azione»43, secondo cui la natura, producendo i suoi effetti, agisce servendosi dei mezzi più semplici. Pertanto, solamente le leggi che rispettano questo principio di economia sono «forse le uniche che il Creatore e l'Ordinatore delle cose stabilì nella materia per realizzare tutti i fenomeni di questo mondo visibile»⁴⁴. E in virtù di tale principio che Maupertuis tenta di attribuire una base razionale e metafisica all'ottica e alla meccanica. Egli ritiene che la natura agisca guidata dalla sola necessità, in modo che ogni quantità sia sempre minima e che un buon numero di risultati sperimentali possano essere spiegati scegliendo il prodotto mvs in conformità a questa quantità. Seguendo presupposti teleologici e teologici, Maupertuis giunge ad affermare: «non si può dubitare che tutte le cose siano regolate da un Essere Supremo che, quando impresse nella materia le forze che caratterizzano il suo potere, le predispose ad eseguire gli effetti che indicano la sua sapienza»⁴⁵. Ad ogni modo, il tentativo di Maupertuis di dimostrare l'esistenza di Dio attraverso un principio fisico e la sua convinzione che la sapienza divina fosse incompatibile soltanto con la semplicità dell'"azione" finirà per suscitare le critiche di molti studiosi.

In particolare, D'Alembert condannerà enfaticamente il concorso delle cause finali nei principi della meccanica. Sebbene riconosca che «le leggi dell'equilibrio e del movimento, quali l'osservazione ci fa conoscere, sono verità necessarie»⁴⁶, ritiene al contempo, facendo eco a Descartes⁴⁷, che «la natura dell'essere supremo ci è troppo sconosciuta per consentirci di conoscere ciò che è, o non è, in conformità alle determinazioni della sua sapienza. Possiamo solo intravedere gli effetti di tale sapienza attraverso l'osservazione delle leggi della natura, quando il ragionamento matematico ci farà vedere la semplicità di queste leggi e quando l'esperienza ci mostrerà le applicazioni e l'estensione»⁴⁸. Pur potendo produrre dimostrazioni delle leggi del movimento in accordo con il principio della causa finale, tali dimostrazioni non possono essere più apodittiche di quelle dedotte da principi più prossimi all'ambito della nostra comprensione.

Maupertuis ha comunque dei difensori, fra i quali possiamo ricordare Euler, che, pur avendo scoperto il principio dell'azione minima in concomitanza con Maupertuis, aveva riconosciuto il primato alle ricerche del matematico francese. Per Euler, tuttavia, il principio ha a che fare con una verifica a posteriori e non con una deduzione a priori. Dunque, benché riconosca che tutti gli effetti della natura obbediscono ad una proprietà del massimo e del minimo, come attestano, per esempio, le traiettorie dei proiettili, ritiene che non sia facile «de-



⁴³ Ivi, vol. I, p. 42.

⁴⁴ Ivi, p. 45.

⁴⁵ Ivi, vol. IV, p. 21.

⁴⁶ J. d'Alembert, *Traité de dynamique*, Jacques Gabay, Paris 1990 (1€d. 1758), p. XXIX.

⁴⁷ Cfr. AT, VII, 55; B Op I, 753.

⁴⁸ J. d'Alembert, *Traité de dynamique*, cit., p. XXIX.



finire, *a priori*, utilizzando principi metafisici, che cosa sia una simile proprietà. Ma dato che, con la necessaria applicazione, è possibile determinare queste curve con un metodo diretto, si può decidere qual è il massimo o il minimo»⁴⁹. Ciò non corrisponde, però, ad una condanna della causa finale. Per Euler il vero significato del suo principio deve essere cercato in una «forte metafisica che consentirà di dimostrarlo chiaramente. Lascio questo compito ad altri, che si dichiarano metafisici»⁵⁰.

Seguendo il procedimento matematico di Euler, ma senza alcun riferimento ad una dimensione metafisica, Lagrange stabilì l'attuale organizzazione formale della meccanica analitica. Attraverso la conservazione delle forze vive, egli estese la proprietà, che Euler aveva scoperto nel movimento dei corpi isolati, al movimento di qualunque sistema dei corpi. Sorse così un nuovo principio generale: «la somma dei prodotti delle masse per gli integrali della velocità moltiplicati per gli elementi degli spazi percorsi è costantemente un *massimo* o un *minimo*»⁵¹. Questo principio dovrebbe essere chiamato, più correttamente, il principio della maggiore o minore forza viva, sebbene Lagrange, impropriamente, continui ad attribuirgli il nome di minore azione, considerandolo «non come un principio metafisico, ma come un risultato semplice e generale delle leggi della meccanica»⁵².

Fu Hamilton a trovare, all'inizio del XIX secolo, la maniera più semplice ed elegante per porre le equazioni di un problema variazionale, così come la prima formulazione rigorosamente esatta del principio variazionale. Una delle sue scoperte più significative fu stabilire formalmente che i problemi della meccanica e dell'ottica geometrica possono essere trattati da un punto di vista unificato con i metodi variazionali. Per quanto concerne la causa finale, Hamilton rileva che, «sebbene la legge dell'azione minima abbia raggiunto un posto tra i teoremi più elevati della fisica, tuttavia le sue pretese a una necessità cosmologica, sul fondamento dell'economia dell'universo, sono ora generalmente rifiutate»53. E questo perché la quantità che si pretende sia economizzata come un minimo è alle volte un massimo; si dovrebbe allora parlare nei termini di una proprietà stazionaria dell'azione o di una proprietà estrema. Nonostante tutto, alcune tracce di un'architettonica dell'universo continuano a permanere nel suo pensiero: in effetti, pur non potendo «supporre che l'economia di questa quantità sia stata prevista nell'idea divina dell'universo», è possibile credere che un certo grado di semplicità appartenga comunque a tale idea⁵⁴.



⁴⁹ L. Euler, *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*, Bousquet, Lausanne 1744, p. 311.

⁵⁰ Ivi, p. 320.

⁵¹ J.-L. Lagrange, Mécanique analytique, Jacques Gabay, Paris 1989 (1€d. 1788), p. 189.

⁵² Ibidem.

⁵³ A. W. Conway – J. L. Synge – A. J. McConnel – H. Halberstam – R. E. Ingram – B. K. P. Scaife (eds.), *The mathematical papers of sir William Rowan Hamilton,* 4 vols., Cambridge University Press, Cambridge 1931-2000, vol. I, p. 317.

⁵⁴ Ivi, p. 318.



L'uso disinvolto che Maupertuis e altri fecero dei principi minimi per obiettivi teologici condusse una buona parte degli scienziati della seconda metà del XIX secolo a considerare metafisiche tutte le tendenze speculative e interpretative. I postulati della meccanica erano stati considerati come strumenti analitici esatti altamente matematizzati e, al contempo, capaci di risolvere problemi pratici, così che i metodi ora stabiliti non presentassero più, nella loro elaborazione finale, evidenze della loro origine metafisica. Il principio variazionale della meccanica iniziò allora ad essere considerato solo come una formulazione alternativa delle leggi di Newton, senza attribuirgli alcuna particolare importanza. Tuttavia, all'inizio del XX secolo, lo statuto del principio variazionale fu rivalutato con l'emergere della teoria della relatività e della meccanica quantistica. Come è stato sottolineato da Lanczos, la teoria della relatività generale «fu ottenuta grazie ad una speculazione matematica e filosofica del più alto grado. Vi era qui una scoperta ottenuta con un tipo di ragionamento che un positivista non può evitare di chiamare "metafisico" e, tuttavia, tale teoria presenta un'introspezione nel cuore delle cose che la mera sperimentazione e il sobrio registro dei fatti non avrebbero mai potuto rivelare»55. Alla luce delle scoperte della relatività, il fondamento variazionale della meccanica ottiene quindi più di un apprezzamento puramente formale. A dispetto delle equazioni di Newton, il principio dell'azione minima soddisfa il principio della relatività. Inoltre, la teoria della relatività generale mostrò che la materia (intesa come particella) non può essere separata dal concetto di campo (che appartiene alla natura del continuo). Se, da un lato, la descrizione di Newton può essere difficilmente armonizzata con il concetto di campo, dall'altro lato, i metodi variazionali non sono ristretti alla meccanica delle particelle, ma possono essere estesi alla meccanica del continuo. Anche il principio della relatività generale è subito soddisfatto se la grandezza fondamentale "azione" del principio variazionale è scelta come una costante in qualunque trasformazione delle coordinate. Pertanto, grazie alla teoria della relatività l'applicazione del calcolo delle variabili alle leggi della natura assume più di un significato accidentale. La teoria della relatività mostrò inoltre che la meccanica newtoniana è valida soltanto per velocità che sono piccole se comparate alla velocità della luce. L'analisi analitica basata sul principio dell'azione minima, al contrario, permane intatta, consentendo di derivare le equazioni differenziali del movimento.

La teoria quantistica, inoltre, pur avendo generato nuovi concetti radicalmente distanti dalla vecchia fisica, continua a mantenere dei punti di contatto con la speculazione precedente: l'aspetto matematico basilare delle sue equazioni differenziali, infatti, è il suo carattere auto-aggiunto, cioè il fatto che esse possano essere derivabili da un principio variazionale. Di fatto, lo stesso Planck, padre della fisica quantistica, suggerì un'associazione tra la sua scoperta del carattere discreto dell'energia e il principio dell'azione minima, che designò la sua costante fondamentale *b* della "quantità di azione elementare". Il fatto che l'"azione" nel-



⁵⁵ C. Lanczos, The Variational Principles of Mechanics, Mineola, Dover 1986 (1€ed. 1970), p. XX-VIII.



la teoria quantistica, oltre ad essere soggetta alla condizione stazionaria, sia anche soggetta all'enigmatica restrizione che può verificarsi soltanto come un multiplo della costante h, portò Planck a congetturare che tutto ciò non fosse dovuto al caso, e ad affermare che «la scoperta di questa legge – il così detto principio dell'azione minima, da cui prese il nome il quantum di azione elementare – fece sì che il suo scopritore Leibniz vi trovasse un'evidenza tangibile a sostegno dell'idea che vi fosse una ragione onnipresente a fondamento dell'intera natura»⁵⁶. Inoltre, i procedimenti della meccanica analitica nella formulazione hamiltoniana sono stati ampiamente indagati dalla teoria quantistica; in particolare, è stata di grande utilità l'analogia tra l'ottica e la meccanica stabilita da Hamilton, vista la dualità, presente nel mondo quantistico, fra l'onda e la particella. Pertanto, a dispetto di tutte le differenze interpretative, Lanczos sottolinea che «i principi variazionali della meccanica continuano a possedere una base nella descrizione di tutti i fenomeni della natura»⁵⁷.

6. Considerazioni finali

Nonostante vi sia ora un certo consenso sulla validità e l'utilità dell'uso del principio variazionale nella dimostrazione degli effetti della natura, il suo statuto, tanto teleologico quanto semplicemente euristico, continua ancora ad essere oggetto di discussione. Perfino il termine "minimo" dell'espressione "principio dell'azione minima" è giustificabile solo su un piano metafisico, in cui il massimo sarebbe evidenza dell'imperfezione della sapienza del Creatore, ossia un'indicazione di inefficienza nelle sue azioni. Ma, come notò Leibniz, «nelle indagini delle <cause> finali vi sono casi in cui è necessario considerare il più semplice o più determinato, senza distinguere se è il massimo o il minimo»⁵⁸. Il termine "minimo" è comunque sopravvissuto e lo si può trovare ancora oggi praticamente in tutti i libri di testo dedicati alla meccanica analitica e alla fisica-matematica.

Tuttavia, il fatto che così tanti fenomeni siano compresi sotto un principio così semplice suggerisce che esso possa avere un significato più profondo rispetto al mero metodo euristico della fisica-matematica. È possibile che nel regno metafisico si trovi la ragion d'essere della sua forma astratta, benché il suo carattere dettagliato ci sia fornito attraverso l'esperienza. Così Planck interpretò come un principio variazionale la massima di Leibniz che il nostro mondo è il migliore dei mondi possibili, rilevando che «il principio dell'azione minima introduce un'idea interamente nuova nel concetto di causalità: la causa efficiente, che opera nel presente per il futuro e fa apparire le situazioni future come determinate da situazioni anteriori, è unita alla causa finale, per la quale, inversamente, il futuro

⁵⁶ M. Planck, Scientific Autobiography and Others Papers, Philosophical Library, New York 1949, p. 179. ⁵⁷ C. Lanczos, *The Variational Principles of Mechanics*, cit., p. 351.

⁵⁸ GP, VII, p. 270.



Sulla legittimità dell'uso di principi teleologici nella scienza della natura in Descartes e Leibniz

– cioè una meta definitiva – serve come premessa da cui dedurre lo sviluppo del processo che conduce a questa meta»⁵⁹. Il fatto che un sistema fisico si comporti in maniera tale che l'"azione" in esso sia stazionaria ci ricorda l'osservazione di Leibniz sulla necessità di attenersi al più determinato, sia esso un minimo o un massimo. È alla luce di questo presupposto, infatti, che tutte le sostanze semplici si dispongono mutualmente avendo come fine il migliore, il più perfetto.

djalmamedeiros@uol.com.br



